

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

7. lipnja 2014.
1. dio, grupa A

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 12y' + 36y = 0$, $y'' - y' - 12y = 0$, $y'' - 4y' + 13y = 0$. (1 bod)

2. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $4 \ln y + 2x = y'$, b) $3x^2 \cos x + 2y' = y$, c) $xyy' = 2$,

d) $\tan x + y'x^2 = yx^3$, e) $y + y'x = 0$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + 4xy = 2x$. (1 bod)

3. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' + 4xy = 2x$, $y(0) = 1$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

4. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{4\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{11\pi}{6}$, $1 \leq r \leq 5$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

5. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 2x - y$ i D zadano s $3 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq 2$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

7. lipnja 2014.
1. dio, grupa B

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)
- (ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = x - 2y$ i D zadano s $5 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 1$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)
- (iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

2. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - y' - 6y = 0$, $y'' - 2y' + 5y = 0$, $y'' - 8y' + 16y = 0$. (1 bod)

3. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $xyy' = 3$, b) $3 \ln y + 4x = y'$, c) $\tan x + y'x^3 = yx^2$,

d) $y + xy' = 0$, e) $2x^4 \cos x + 5y' = y$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + 6xy = 3x$. (1 bod)

4. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' + 6xy = 3x$, $y(0) = 2$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{5\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{4\pi}{3}$, $2 \leq r \leq 4$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

7. lipnja 2014.
1. dio, grupa C

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{6}$, $3 \leq r \leq 6$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

2. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)
- (ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 2x - 3y$ i D zadano s $2 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 1$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)
- (iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' + 10y' + 25y = 0$, $y'' - 6y' + 10y = 0$, $y'' - 4y' - 5y = 0$. (1 bod)

4. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $\tan x + y'x^4 = yx^2$, b) $y'x + y = 0$, c) $4x^3 \cos x + 3y' = y$,

d) $xyy' = 7$, e) $5 \ln y + 5x = y'$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + 2xy = 4x$. (1 bod)

5. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' + 2xy = 4x$, $y(0) = 3$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)